

Cours rhéologie – Exercices session 8

Réponses numériques en bleu

8.1. Relaxation de la contrainte d'un modèle de Maxwell

Représentez schématiquement la déformation et la contrainte en fonction du temps, puis calculez la contrainte σ au temps $t = 100$ s pour un élément de Maxwell (module $E = 10^9$ Pa et viscosité $\eta = 10^{11}$ Pa·s), pour la séquence de chargement suivante : au temps $t = 0$ s une déformation instantanée de 1% est appliquée, puis au temps $t = 30$ s la déformation est augmentée de 1% à 2% instantanément.

$$\sigma(100 \text{ s}) = 8.65 \text{ MPa}$$

8.2. Recouvrance de la déformation d'un SLSM

Un barreau est soumis à une contrainte de 20 MPa durant 1 min, puis la contrainte est supprimée instantanément. On admet que le matériau suit le modèle standard linéaire (SLSM) avec $E_I = 110$ MPa, $E_{II} = 250$ MPa et $\eta = 12$ GPa·s.

a) Dessinez schématiquement l'évolution de la contrainte et de la déformation au cours du temps.

b) Déterminez la déformation en fonction du temps après le relâchement de la contrainte, et la déformation du barreau après 2 et 3 minutes.

La déformation après 2 min vaut 1.64% et après 3 min 0.47%.

8.3. Déformation d'un SLSM

On considère un matériau qui suit une loi de type SLSM, avec $E_I = 900$ MPa, $E_{II} = 2400$ MPa et $\eta = 16000$ MPa·s. On soumet ce matériau à une sollicitation en contrainte σ selon quatre étapes :

1. $\sigma = 20$ MPa pendant 60 s
2. $\sigma = 0$ pendant 30 s
3. σ augmente de manière linéaire entre 0 et 40 MPa pendant 20 s
4. $\sigma = 40$ MPa après cela.

a) Dessinez schématiquement les fonctions $\sigma(t)$ et $\varepsilon(t)$. De quel type d'essai s'agit-il ?

b) Déterminez la fonction $\varepsilon(t)$ pour chaque étape de 1 à 4.

c) Calculez la valeur de la déformation ε à $t = 110$ s. Est-ce qu'elle serait identique s'il n'y avait pas eu la première sollicitation à 20 MPa pendant 60 s ? Pourquoi ?

$\varepsilon(110 \text{ s}) = 0.0558 = 5.58\%$ (très précisément 5.58368%, et 5.58322% sans la première sollicitation)

d) Que vaudrait ε à $t = 110$ s si le matériau était purement élastique, de module E_I ? Qu'en concluez-vous ?

$$\varepsilon_{el}(110 \text{ s}) = 0.0444 = 4.44\%$$

8.4. Comportement viscoélastique linéaire d'une fibre

Une masse de 0.1 kg est suspendue à une fibre longue. Les mesures de l'extension de la fibre à des instants différents ont donné les résultats reportés au Tableau 1.

Tableau 1. Fluage de la fibre.

Temps (min)	Extension (%)
0	0.300
10	0.328
20	0.350
40	0.390
60	0.428
80	0.462
100	0.490
120	0.514
140	0.535
160	0.555
180	0.572
200	0.585
220	0.593
240	0.600

En admettant un comportement viscoélastique linéaire, calculez l'extension de la fibre sous les conditions suivantes :

a) Chargement de la masse de 0.1 kg à $t = 0$, puis déchargement de la masse à $t = 40$ min, puis rechargement de la masse à $t = 80$ min, et déchargement de la masse à $t = 120$ min. Calculez l'extension résiduelle nette à $t = 240$ min.

Extension résiduelle à 240 min = 0.056%

b) Chargement de la masse de 0.1 kg à $t = 0$, puis chargement d'une masse supplémentaire de 0.2 kg à $t = 40$ min, et déchargement complet à $t = 80$ min. Quelle est l'extension à $t = 80$ min, la recouvrance élastique immédiate (soit à 80^+ min) et l'extension résiduelle nette à $t = 240$ min ?

Extension à 80 min = 1.242%

Recouvrance immédiate à 80^+ min = 0.900%

Extension résiduelle à 240 min = 0.105%

8.5. Vitesse maximale d'un écoulement

Un polyéthylène s'écoule à travers un tube d'une longueur de 3 m et de 0.05 m de diamètre à un débit constant de $9.4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$. Quel est la vitesse maximale de cet écoulement ? (Indiquez toutes les hypothèses).

$$u_{\max} = 0.96 \text{ m/s.}$$

8.6. Rhéologie capillaire d'un fluide non-Newtonien

Soit un fluide décrit par l'équation :

$$\dot{\gamma} = A\tau + B\tau^2$$

avec $A = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Pa}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ et $B = 5 \cdot 10^{-7} \text{ Pa}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$.

a) Quelle est la valeur de la viscosité à cisaillement nul en $\text{Pa} \cdot \text{s}$?

$$\eta_0 = 5'000 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

b) Quel est le rapport des débits à travers un rhéomètre capillaire d'un écoulement ayant une contrainte de cisaillement caractéristique $\tau_1 = 1000 \text{ Pa}$ comparé à un écoulement à $\tau_2 = 10 \text{ Pa}$. Les dimensions du capillaire sont $R = 0.05 \text{ cm}$ et $L = 10 \text{ cm}$.

Le rapport des débits est égal à 342.

8.7. Écoulement entre deux réservoirs

Dans un processus industriel un fluide est transporté dans un tube de diamètre $D_1 = 20 \text{ cm}$ entre deux réservoirs distants de 10 m. Pour des raisons de reconfiguration, la distance entre les réservoirs doit être augmentée à 20 m, tout en maintenant la pression et le débit.

a) Déterminez le diamètre D_2 du nouveau tube pour transporter le fluide, dans les cas où le fluide est newtonien, et de type loi de puissance avec un exposant $n = 0.3$.

Fluide newtonien : $D_2 = 23.8 \text{ cm}$

Fluide loi de puissance : $D_2 = 28.8 \text{ cm}$

b) Quelle est le rapport des taux de cisaillement entre le nouveau et l'ancien tube pour les deux types de fluide ?

$$\text{Fluide newtonien : } \frac{\dot{\gamma}_{w,2}}{\dot{\gamma}_{w,1}} = 0.595$$

$$\text{Fluide loi de puissance : } \frac{\dot{\gamma}_{w,2}}{\dot{\gamma}_{w,1}} = 0.335$$

8.8. Viscosité de suspensions piézoélectriques

On souhaite ajouter des particules sphériques de titanate de baryum (BaTiO_3 , céramique piézoélectrique) dans un polymère à deux concentrations de 10 %vol et 30 %vol. Le polymère fondu est caractérisé avec un rhéomètre capillaire à 230°C (dimensions données à la Figure 1). Les résultats des mesures sont indiqués dans le Tableau 2. A quelles températures doit-on chauffer les deux suspensions polymère/ BaTiO_3 pour avoir la même viscosité que le polymère brut à une vitesse de cisaillement de 30 s^{-1} ? L'énergie d'activation pour l'écoulement visqueux dans cette plage de vitesse de cisaillement est égale à 40 kJ/mol . On négligera par ailleurs les corrections de Rabinowitsch et de Bagley.

Tableau 2. Résultats du test du rhéomètre capillaire.

vitesse du piston, v [mm/min]	force appliquée par le piston, F [N]
0.128	59.2
0.90	163.1
4.50	376.8

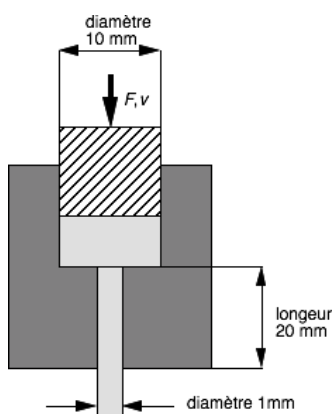


Figure 1. Dimensions du rhéomètre capillaire.

Les températures sont 244.3°C ($\phi = 10 \text{ \%vol}$) et 291.3°C ($\phi = 30 \text{ \%vol}$).